

INSTITUTUL DE CONSTRUCTII  
BUCURESTI

ING. VASILE ILLE

CONTRIBUTII LA STUDIUL PLACILOR PLANE OBICE  
IZOTROPE IN DOMENIUL ELASTIC

TEZA DE DOCTORAT  
AUTOREFERAT

1966

INSTITUTUL DE CONSTRUCTII BUCURESTI

"Fratelui" ing. D. Capăceanu  
cu deosebită afecțiune și nerăbdare  
pentru unele idei exprimate în această  
lucrare

Ing. VASILE ILIE 2.05.1967 Dr. în

CONTRIBUTII LA STUDIUL PLACILOR PLANE  
OBLICE IZOTROPE IN DOMENIUL ELASTIC

AUTOREFERATUL  
TEZEI DE DOCTORAT

## I N T R O D U C E R E

In ultimul timp în literatura tehnică consacrată plăcilor plane, se vădește un interes crescând pentru problema plăcilor plane oblice - plăci în formă de paralelogram. Înțîlnite din ce în ce mai des în construcțiile de poduri, construcțiile civile și industriale, construcțiile de avioane, plăcile plane oblice încărcate normal pe planul lor ridică o serie de probleme din punctul de vedere al dimensionării lor, care datorită frecvenței de utilizare a acestor plăci, vizează atât considerente de ordinul siguranței lor în exploatare cît și de ordinul proiectării lor economice.

Raportindu-ne în primul rînd la construcția de poduri, utilizarea acestor plăci devine din ce în ce mai necesară odată cu modernizarea căilor de comunicații terestre (drumuri și căi ferate) care trebuie să facă față într-un timp foarte scurt umui trafic sporit.

Cunoscut fiind faptul că numai în cazuri particulare o cale de comunicație rațional proiectată ar intersecta o obstrucție (un curs de apă, o altă cale de comunicație, etc.) sub un unghiu drept, rezultă clar domeniul larg de utilizare a acestor plăci plane oblice în construcțiile de poduri. Desigur acest lucru este valabil în primul rînd în cazul podurilor dalate dar el își păstrează valabilitatea și în cazul tablierelor pe grinzi cel puțin la capetele podului.

În construcțiile civile aceste plăci pot interveni frecvent la planșele casetate unde grinziile nu formează o rețea ortogonală.

Dificultățile de rezolvare a problemei acestor plăci au făcut ca proiectarea lor practică să se facă pînă în ultimul timp prin asimilarea lor cu plăci dreptunghiulare de aceeași deschidere ca și plăcile oblice în cauză.

Observațiile făcute asupra acestor plăci în exploatare, precum și unele cercetări teoretice au stabilit însă neconcordanța între modul de calcul și comportarea lor practică, punîndu-se astfel ca sarcină, cercetarea lor mai în detaliu.

Prima preocupare în această direcție o găsim în cartea lui MARKUS [105] apărută în 1924, pe linia calculului cu diferențe

finite, ca apoi aceste preocupări să reînceapă în 1939 prin lucrările lui H. VOGT [175], [176] și în 1942 prin lucrările lui H. FAVRE [33], [34].

După această dată apar cercetări din ce în ce mai susținute dar fără să se rezolve integral problema acestor plăci.

In ultimii ani, cercetarea plăcilor plane oblice cunoaște un avânt deosebit prin utilizarea mașinilor electronice de calcul la rezolvarea ecuațiilor ce apar în utilizarea calculului cu diferențe finite precum și prin utilizarea metodelor experimentale.

Tema cercetării de față o constituie rezolvarea problemei plăcilor plane oblice lucrând în domeniul elastic, rezemate divers pe contur, în ipoteza lui KIRCHOFF, încărcate cu o sarcină uniform distribuită, prin aplicarea unei metode variatională la integrarea ecuației diferențiale cu derivate partiale a plăcii.

Deși unele aspecte abordate în lucrare, pot fi regăsite cu alte metode rezolvate (metoda diferențelor finite, metode experimentale), în unele publicații din ultimul timp, în special cu referire la placa simplu rezemată pe două laturi și liberă pe celelalte două, considerăm că preocupările din prezenta lucrare se integrează în efortul general constatat în literatura de specialitate pentru elucidarea acestor probleme.

In bună parte rezultatele obținute în cadrul lucrării de față au făcut obiectul unor comunicări și articole: [62], [63], [64], [65], [66].

In primul capitol se prezintă problema plăcilor plane oblice izotrope, folosindu-se un sistem de coordonate oblice cu axele paralele cu laturile plăcii. Pentru deducerea ecuației diferențiale cu derivate partiale a plăcii, pe lîngă metoda transcrierii ecuației plăcilor din coordonate rectangulare în coordonate oblice întîlnită în literatură, se dă și o metodă directă, mai sugestivă, bazată pe studiul echilibrului unui element din placă detasat după axele de coordonate oblice.

Se prezintă apoi stadiul cercetărilor în problema plăcilor oblice cu metodele de studiu folosite, precum și rezultatele mai importante obținute.

Capitolul doi cuprinde o scurtă prezentare a metodei de calcul utilizată în lucrare. Se arată astfel aplicarea metodei BUBNOV-GALERKIN și metodei L.V.KANTOROVICI la integrarea ecuației diferențiale cu derivate parțiale a plăcilor plane, precum și modul de satisfacere aproximativă a condițiilor pe contur.

In capitolul trei se studiază cu ajutorul metodei expusă în capitolul doi, plăcile plane oblice încastrate pe două laturi opuse și rezemate divers pe celelalte două, încărcate cu sarcină uniform distribuită pe totă suprafața plăcii. Se tratează astfel placa încastrată pe tot conturul, placa încastrată pe două laturi opuse și simplu rezemată pe celelalte două laturi și placa încastrată pe două laturi opuse și liberă pe celelalte două laturi. Se deduce în aceste cazuri expresia funcției săgeților pentru unghiul de construcție al plăcii  $\alpha C = 45^\circ$  și raportul laturilor  $\beta = 1$ , metoda fiind aplicabilă și altor valori ale unghiurilor  $\alpha C$  și a raportului laturilor  $\beta$ .

Capitolul patru tratează plăcile plane oblice simplu rezemate pe două laturi opuse și rezemate divers pe celelalte două laturi, încărcate cu sarcină uniform distribuită. Având în vedere importanța practică a acestor tipuri de rezemări, s-a studiat mai în detaliu cazul plăcilor simplu rezemate pe tot conturul și cazul plăcilor simplu rezemate pe două laturi și libere pe celelalte două laturi, dându-se și coeficienți pentru săgeți și solicitări în centrul plăcii pentru diferite unghiuri și rapoarte de laturi.

Pentru o elucidare mai completă a comportării acestor plăci s-au determinat săgețile și solicitările la placa cu unghiul  $\alpha C = 45^\circ$  și  $\alpha C = 60^\circ$  și raportul laturilor  $\beta = 1$ , într-o serie de puncte din interiorul plăcii.

Se arată totodată, în baza rezultatelor obținute, unele particularități de comportare a acestor plăci.

In capitolul cinci se arată posibilitatea de rezolvare a problemei plăcii oblice simplu rezemată pe contur, supusă la o variație lineară de temperatură pe grosimea ei, dându-se expresia funcției deformațiilor.

Capitolul sase tratează cu aceeași metodă placa plană oblică simplu rezemată pe două laturi opuse și rezemată elastic pe celelalte două laturi.

In capitolul sapte se prezintă cercetările experimentale efectuate pentru verificarea rezultatelor obținute. Experiențele se referă la plăci simplu rezemate pe tot conturul și simplu rezemate pe două laturi și libere pe celelalte două având unghiuurile  $\alpha C = 45^\circ$  și  $\alpha C = 60^\circ$  și raportul laturilor  $\beta = 1$ .

Desigur așa cum rezultă și din această scurtă prezentare lucrarea nu cuprinde o serie întreagă de aspecte importante a comportării acestor plăci plane oblice care s-ar fi putut aborda prin metoda aplicată. Volumul de calcule apreciabil, pe care un studiu mai complet l-ar cere, ne face să ne limităm la lucrarea de față.

In autoreferat se expun în rezumat, rezultatele teoretice și experimentale obținute în cercetarea efectuată și reprezentate pe larg în teza de doctorat.

Autorul consideră de datoria sa a exprima și pe această cale recunoștință față de Acad. prof. ing. A.A. BEIȚ, profesor emerit ing. C.G. TEODORESCU și prof. ing. M. MIHAILESCU, pentru prețioasele indicații date în decursul elaborării acestei lucrări.

In autoreferat, formulele, figurile și referințele bibliografice au aceeași numerotare ca în teza de doctorat.